

## Chapitre 2 : Initiation à la démonstration.

Je vais apprendre à :

- Choisir les informations utiles dans un énoncé (socle 1)
- Distinguer ce que l'on sait de ce que l'on doit prouver (socle 1)
- Rédiger une démonstration mathématique (socle 4)

### I. Les règles du jeu.

- 1- Le dessin ne prouve rien
- 2- Les mesures sur le dessin ne prouvent rien
- 3- Les exemples ne prouvent rien

Remarque : Un contre-exemple peut prouver que quelque chose est faux.

### II. Comment sont faites les propriétés de mathématiques.

Si ..... ,

alors .....

**Ce que je sais déjà**

**Ce que je dois prouver**

(parce que l'énoncé de l'exercice me l'a dit,  
ou parce que je l'ai prouvé auparavant)

(Parce que l'énoncé dit "démontrer que" !!!!)

Exemple :

« si un losange a un angle droit, alors c'est un carré »

cette propriété permet, { quand on a : un losange et un angle droit,  
d'obtenir : un carré.

Def.1 : Une propriété qui « inverse le 'si' et le 'alors' » d'une autre propriété s'appelle sa réciproque.

Exemple : la **réciproque** de la propriété ci-dessus s'écrit :

« si la figure est un carré, alors c'est un losange qui a un angle droit »

cette propriété permet, { quand on a : un carré,  
d'obtenir : un losange et un angle droit.

Attention : Pour la plupart des propriétés, la réciproque n'est pas vraie.

Exemple : « Si x et y sont négatifs, alors xy est positif »

La réciproque « Si xy est positif, alors x et y sont négatifs » est fausse : x et y pourraient être positifs.

### III. Construire une démonstration mathématique simple.

« *Distincts* » : différents.

Exercice : Soient A, B, C, D, E cinq points distincts tels que  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$ ,  $CD = 3 \text{ cm}$ ,  $DA = 3 \text{ cm}$ ,  $AE = 12 \text{ cm}$  et  $BE = 10 \text{ cm}$ .  
Démontrer que ABCD est un losange.

1) On fait une figure :

- A main levée au brouillon si elle n'est pas demandée
- A la règle et au compas (on doit voir les traits de compas) sur la feuille si elle est demandée.

2) On fait le « brouillon » de la démonstration, en commençant par le bas (ce que je dois démontrer) ; puis on remonte (avec quelle propriété) et enfin on fait la liste des informations de l'énoncé dont on a besoin (on n'a pas toujours besoin de tout !):

*Informations utiles prises dans l'énoncé:*  
 $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$ ,  $CD = 3 \text{ cm}$ ,  $DA = 3 \text{ cm}$



*Propriété du cours:*  
Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.



*Ce que je dois démontrer :*  
ABCD est un losange

*Avant de commencer à écrire la démonstration, il faut toujours savoir quelle propriété on va utiliser, sinon on écrit TOUJOURS N'IMPORTE QUOI !!!!!*

3) On rédige le texte de la démonstration, on écrit :

**On sait que\*** les informations utiles qu'on a prises dans l'énoncé  
**Or** la propriété qu'on a choisie, récitée par cœur, PAS DE PROPRIETE INVENTEE !!  
**Donc** ce que l'on doit démontrer.

On sait que  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$ ,  $CD = 3 \text{ cm}$ ,  $DA = 3 \text{ cm}$ .  
Or si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.  
Donc ABCD est un losange

\*Remarque : certains professeurs préfèrent écrire « On a », ou « Je sais que ».